

Mechanische Schwingungen: Fahrbahnexperimente

Nils Wüchner

Johannes-Kepler-Gymnasium, Stuttgart
nils.wuechner@jkg-stuttgart.de

14. April 2024

Zusammenfassung

Speziell gefertigte 3D gedruckte Fahrbahnen ermöglichen die experimentelle Darstellung von harmonischen und nicht hamronischen Schwingungen im Dynamikunterricht der gymnasialen Oberstufe. Einfache Erweiterungen liefern sogar Anwendungsoptionen im Bereich Energieerhaltung der Mittelstufe.

1 Einführung

Klassische schwingungsfähige Systeme im Dynamikunterricht der Oberstufe umfassen alle Arten von Feder-Masse- oder Faden-Masse-Oszillatoren. Häufig gewählte Vertiefungen sind Auftriebs- oder U-Rohr-Oszillatoren mit Flüssigkeiten. Der Fokus liegt oft auf Aufbauten und Näherungen, die harmonische Schwingungen demonstrieren und analytisch lösbar sind. Speziell designte Fahrbahnen bieten eine sinnvolle Ergänzung zum Lehrplan und illustrieren Analogien oder Gegenbeispiele. Im Folgenden werden Anwendungsbeispiele für eine Analogie zum Fadenpendel und für eine periodische, jedoch nicht harmonische Schwingung vorgestellt.



Abbildung 1: Fahrbahnen auf Holzplatte montiert

2 Design-Idee

Harmonische Schwingungen sind durch eine zur Auslenkung proportionale Rückstellkraft charakterisiert.

$$F_{\text{Rück}} \sim -s(t). \quad (1)$$

Dies ergibt in Verbindung mit der newtonschen Differentialgleichung eine Schwingungsdifferentialgleichung, deren Lösung eine trigonometrische Funktion, meist eine Sinus-Funktion, ist. Der Lösungsansatz bestätigt die Annahme unter der Bedingung einer konstanten Periodendauer, die von Systemgrößen wie Fadenlänge (bei Feder-Masse) oder Pendelmasse und Federkonstante (bei Feder-Masse) abhängt. Feder-Masse-Oszillatoren zeigen eine Abhängigkeit der Periodendauer von der Fadenlänge ($T \sim \sqrt{l}$), was den Aufbau

von Pendeln mit vorgegebener Periodendauer ermöglicht. Analog dazu können sphärische Pendelkörper, wie eine Kugel, nicht nur an einem Faden aufgehängt, sondern auch auf einer Fahrbahn mit passendem Krümmungsradius harmonische Schwingungen ausführen. Als Gegenbeispiele für periodische, aber nicht harmonische Schwingungen dienen Fahrbahnen, deren Rückstellkraft nicht proportional zur Auslenkung ist. Ein Beispiel ist eine Halfpipe oder ein V-förmiges Profil. In dem vorliegenden Experimentierorschlag wurde ein V-Profil verwendet. Die Rückstellkraft entspricht hier der konstanten Hangabtriebskraft $F_H = F_G \sin(\alpha)$. Für die zugehörigen Bewegungsgleichungen im linear ansteigenden Hangbereich eines V-Profiles gelten jene für eine beschleunigte Bewegung.

3 Umsetzung und Ergebnisse

Die 3D-gedruckten Fahrbahnen sind 40cm breit und je nach Profil einige Zentimeter hoch. Sie werden in zwei Teilen gefertigt, damit auch handelsübliche 3D-Drucker mit einem Druckbett von 20×20 cm verwendet werden können. Zur stetigen Verbindung der beiden Profilhälften eignet sich eine dünne, etwa 50cm breite Holzplatte und kleine Holzschrauben (acht Stück je Profil). Die Holzplatte sollte auf dem verwendeten Experimentiertisch zunächst mithilfe einer Wasserwaage nivelliert werden.

3.1 Harmonisches Analogon zum Fadenpendel

Bei einem Sekundenpendel ($T = 2$ s) ergibt sich eine Fadenlänge von $l \approx 0,9936$ m. Bei der zugehörigen Fahrbahn mit einem Radius von 99,36cm ergibt sich eine durch konstante Dämpfungseffekte leicht verschobene Periodendauer von ca. 2,15s. Die Schwingung ist harmonisch und gedämpft.

Die Bewegungsgleichungen entsprechen jenen einer harmonischen Schwingung. Mit Hilfe des Videoanalyseprogramms Viana sind in Abbildung 2 die Weg-Zeit- und Geschwindigkeits-Zeit-Diagramme dargestellt. Beide Diagramme zeigen trigonometrische

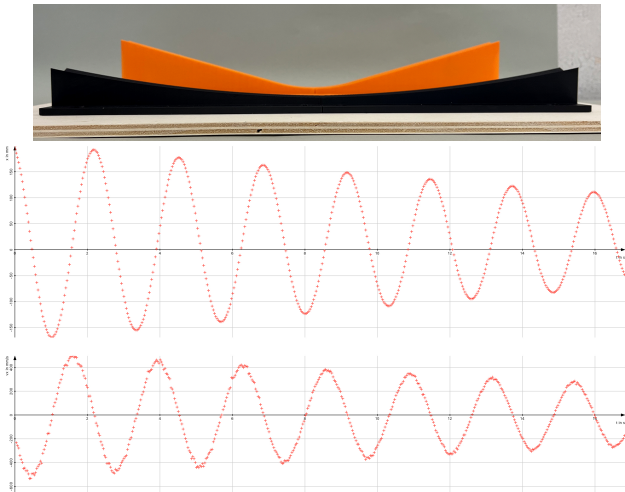


Abbildung 2: 2s-Bahn

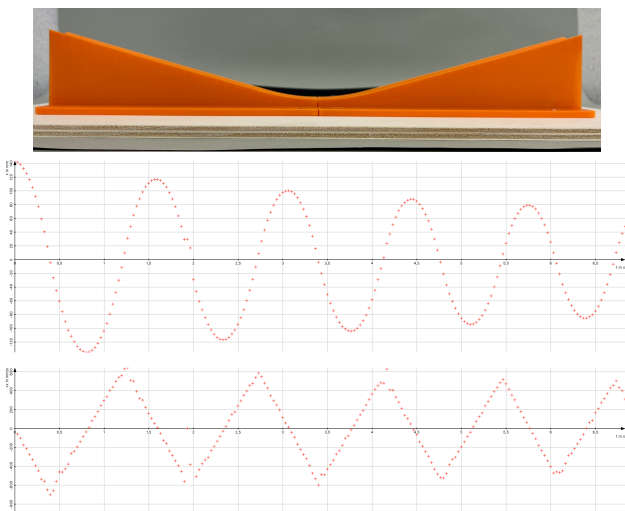


Abbildung 3: V-Profil

Funktionen. Das Weg-Zeit-Gesetz zeigt eine Cosinus-Funktion, da der Beobachtungsbeginn bei vollständiger Auslenkung stattfindet. Wie erwartet ergibt sich eine an der t -Achse gespiegelte Sinus-Funktion als Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm.

3.2 V-Profil

Die konstante Rückstellkraft des V-förmigen Profils (Abbildung 3) ergibt ebenfalls eine konstante Beschleunigung. Damit folgt für die Bewegungsgleichungen: Weg-Zeit-Diagramme sind parabelförmig, die zugehörigen Geschwindigkeits-Zeit-Diagramme sind lineare Funktionen und die Beschleunigung ist gemäß der Rückstellkraft abschnittsweise konstant.

3.3 Galilei-Profil

Abbildung 4 zeigt ein Galilei-Profil, dessen Form auf den Großmeister selbst zurückgehen soll. Es handelt sich hierbei um zwei schiefe Ebenen mit derselben Ausgangshöhe. Das Verhältnis der Längen der beiden

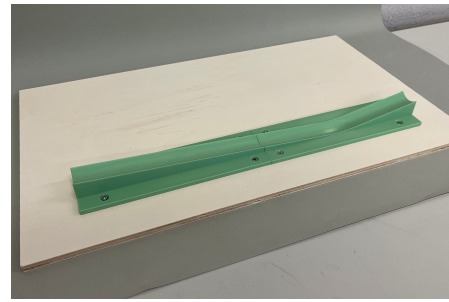


Abbildung 4: Galilei-Profil

schiefen Ebenen beträgt 3:1. Für Lernende ist es häufig nicht intuitiv, dass eine Kugel, die auf einer Seite losgelassen wird, auf der anderen Seite dieselbe Höhe erreicht.

3.4 Umsetzung im Unterricht

Für die Umsetzung im Unterricht wird empfohlen, die Fahrbahnen an geeigneter Stelle einzusetzen. Dies sollte individuell nach eigenem Ermessen geschehen und hängt vom Unterrichtsverlauf und bereits vorhandenen Experimenten der jeweiligen Sammlungen ab.

Alle Fahrbahnen bieten zusammen mit passenden Kugeln eine sinnvolle Möglichkeit zum Einsatz von Videoanalysetools via Viana oder VideoPhysics. Die 2s-Bahn lässt sich beispielsweise im Unterricht zum Fadenpendel als Lernzielkontrolle anbinden. Das V-Profil kann nach einer dynamischen Betrachtung harmonischer Schwingungen als Gegenbeispiel nicht nur theoretisch motiviert, sondern lebendig analysiert werden. In beiden Fällen ist es sinnvoll, auch kinematische Betrachtungen zuvor eingeübt zu haben, um alle Betrachtungsweisen zu beleuchten.

Das Galilei-Profil kann sowohl zur Ermittlung von Präkonzepten als Einstieg, zur Lernzielkontrolle oder als roter Faden zur Energieerhaltung verwendet werden. Es lassen sich dabei Energieumwandlung, aber auch die Bilanzierung üben oder motivieren.

4 Zusammenfassung

3D-gedruckte Fahrbahnen ermöglichen alternative Zugänge zum Dynamikunterricht in der Oberstufe. Gegenbeispiele zu harmonischen Schwingungen werden erlebbar gemacht. Es können individuelle Fahrbahnen designt und hergestellt werden.